

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 09.07.2025

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

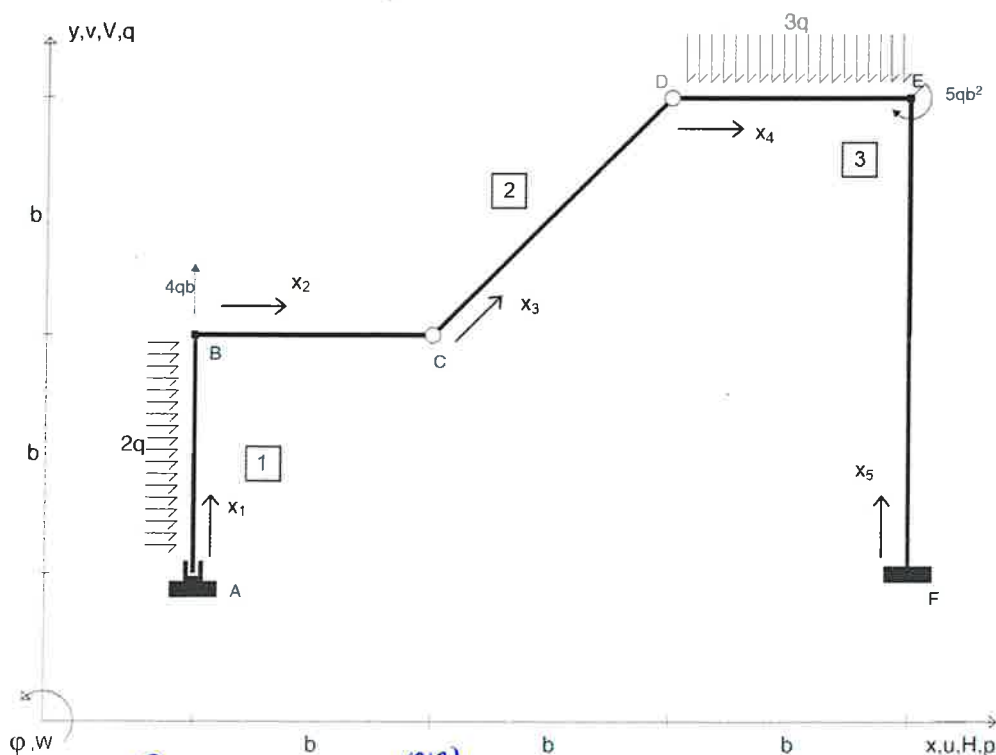
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*001



Eq. ausiliarie

$$M_{z(e)}^{(1)} = 0 \text{ oppure } M_{z(e)}^{(2+3)} = 0$$

$$M_{z(D)}^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } M_{z(D)}^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A, v_A , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C, u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C, M_C .

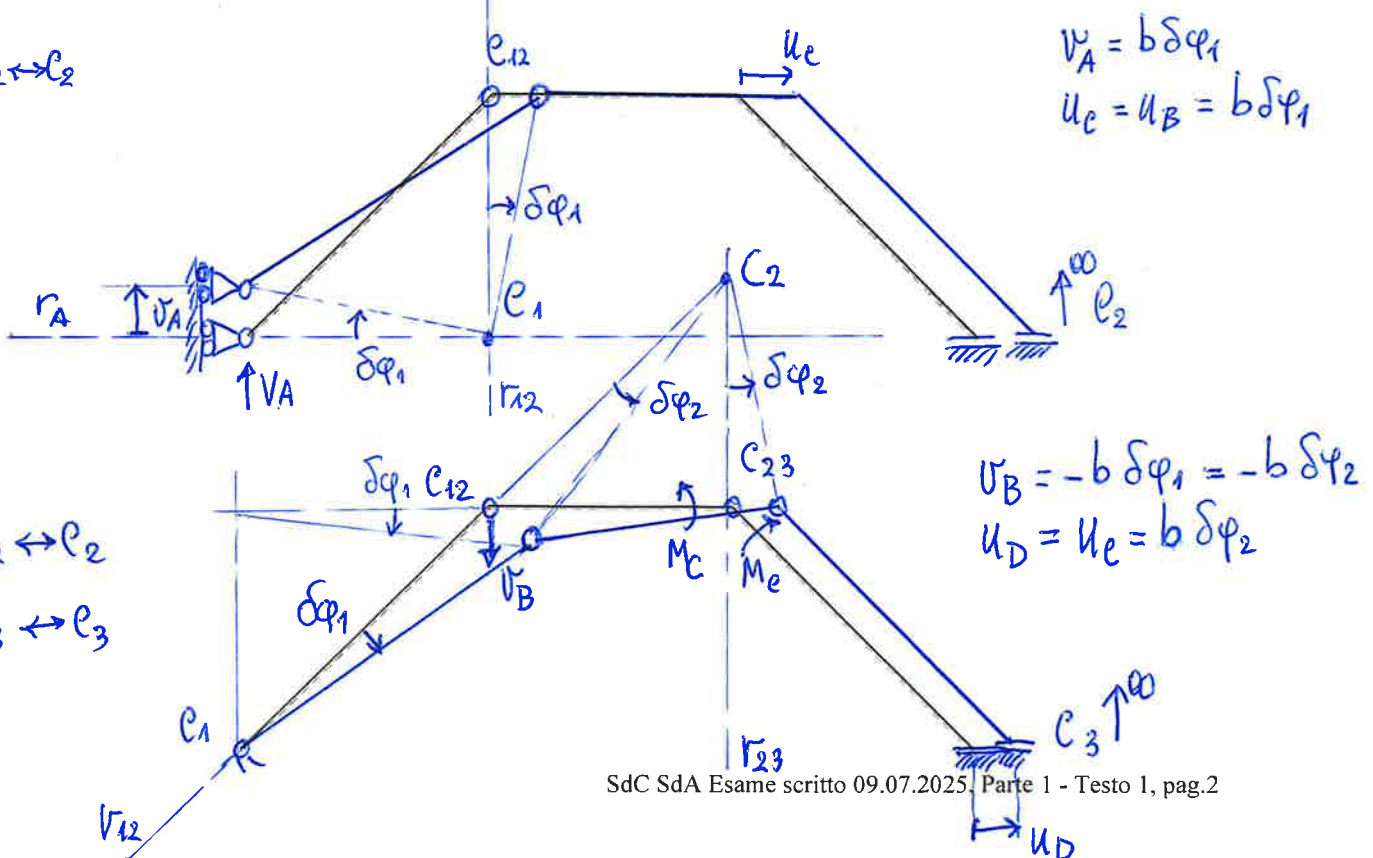
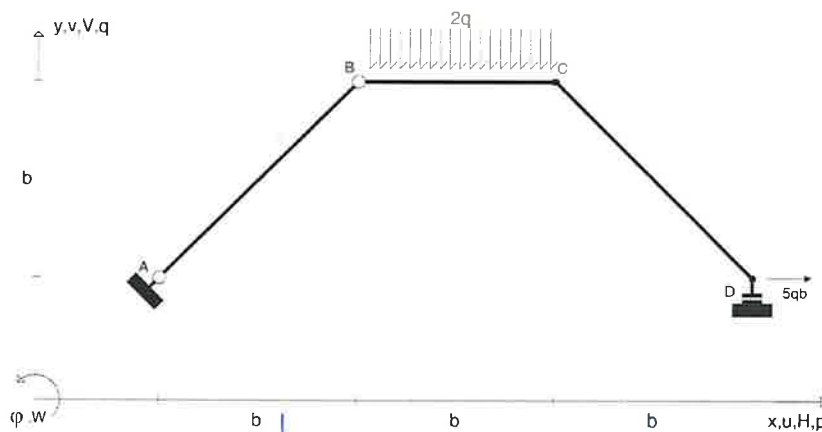
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D, u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*005



$$V_A(\hat{u}) = -5qb; C_1 = (b, 0); C_2 = (0, 0); C_{12} = (b, b);$$

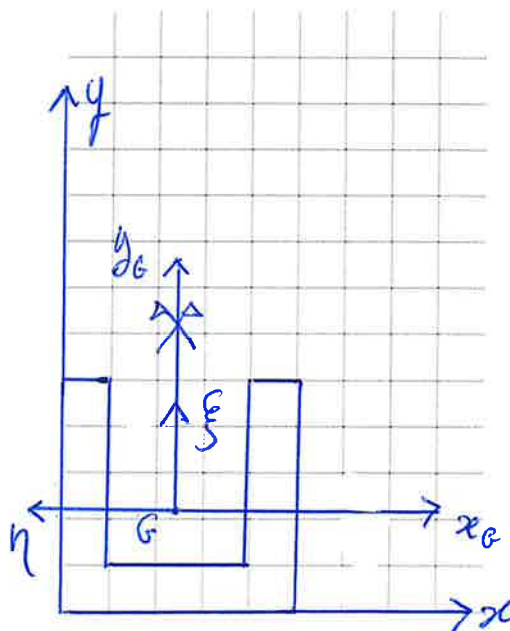
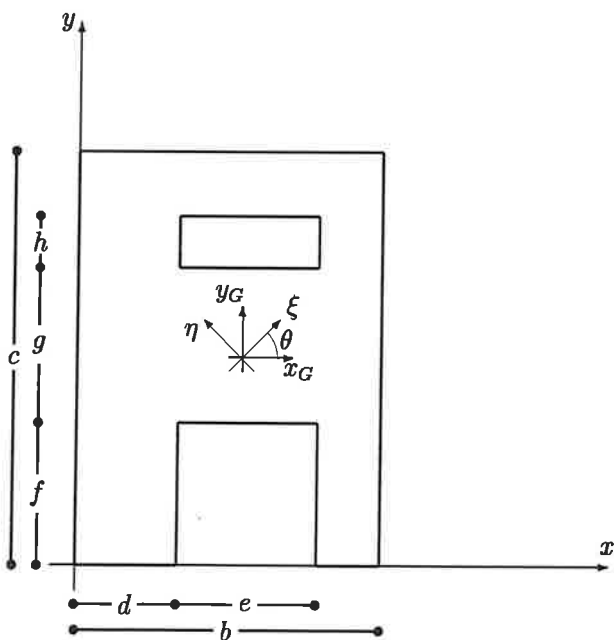
$$v_A = b\delta\varphi_1; u_C = b\delta\varphi_1;$$

$$M_C(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}) = -6qb^2; v_B = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2; u_D = b\delta\varphi_2;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



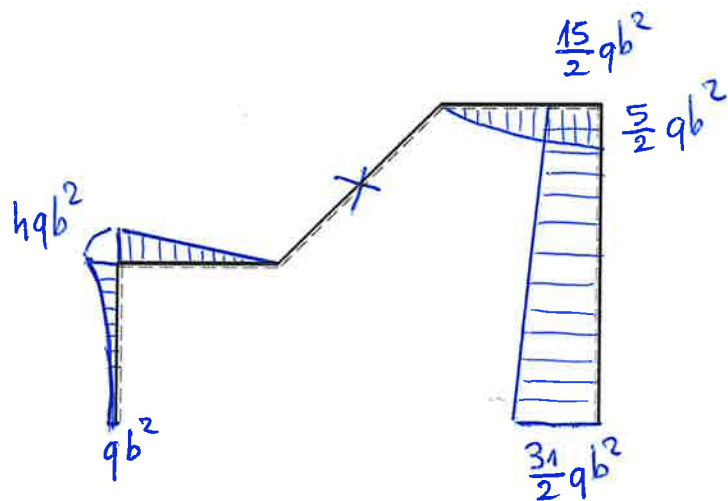
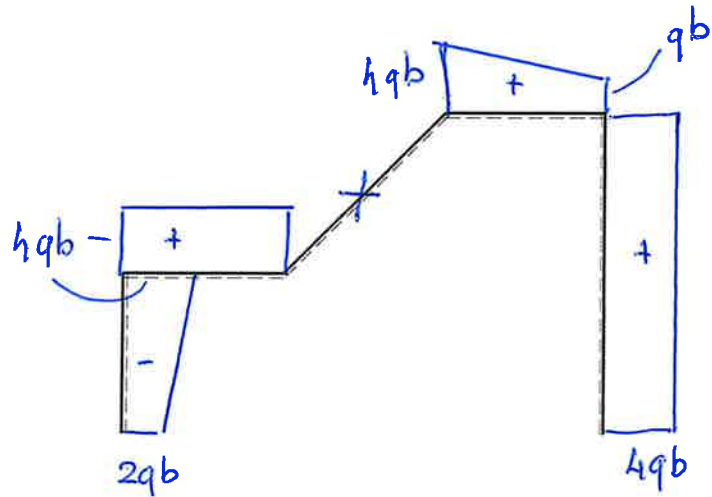
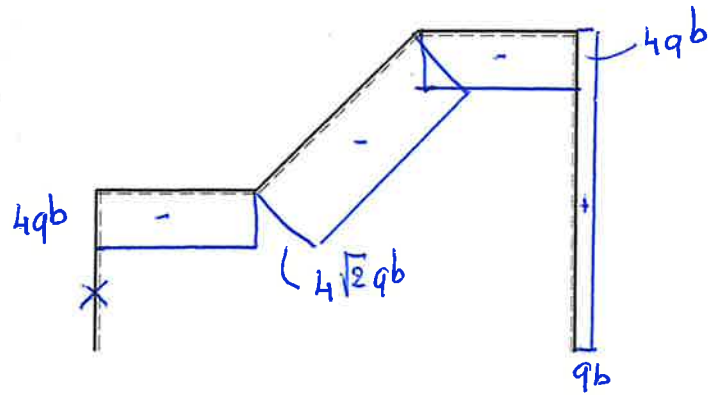
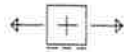
$$S_x = 53/2 a^3 = 26.5000 a^3; S_y = 65/2 a^3 = 32.5000 a^3;$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000 a; y_G = 53/28 a = 2.0385 a;$$

$$J_{xG} = 4729/156 a^4 = 30.3141 a^4; J_{yG} = 517/12 a^4 = 43.0833 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = \pi/2);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 517/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 4729/156 a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 2qb; & M_A (\curvearrowright) &= qb^2; & H_F (\Rightarrow) &= -4qb; & V_F (\uparrow) &= -qb; & M_F (\curvearrowright) &= \frac{31}{2}qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= -2qb - 2qx_1; & M_{AB} &= -qb^2 - 2qb x_1 - qx_1^2; \\
 N_{BC} &= -4qb; & T_{BC} &= 4qb; & M_{BC} &= -4qb^2 + 4qb x_2; \\
 N_{CD} &= -4\sqrt{2}qb; & T_{CD} &= 0; & M_{CD} &= 0; \\
 N_{DE} &= -4qb; & T_{DE} &= 4qb - 3qx_4; & M_{DE} &= 4qb x_4 - \frac{3}{2}qx_4^2; \\
 N_{FE} &= qb; & T_{FE} &= 4qb; & M_{FE} &= \frac{31}{2}qb^2 - 4qb x_5;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 09.07.2025

Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

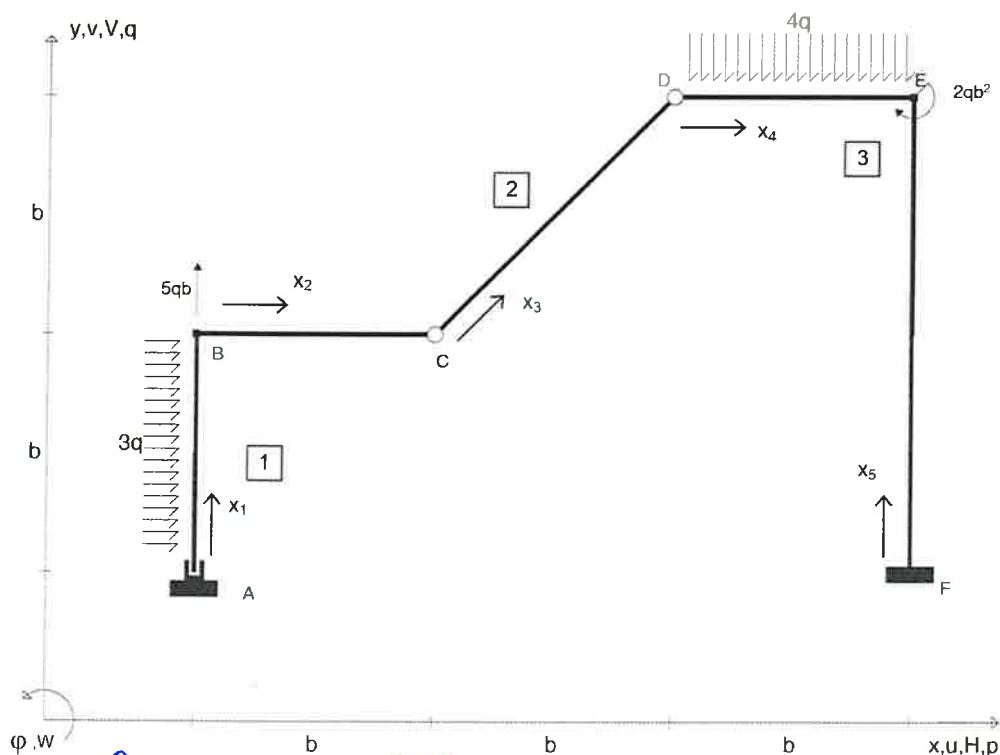
Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*002



Eq. aus. lieve

$$\begin{aligned} M_{z(c)}^{(1)} &= 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(c)}^{(2+3)} = 0 \\ M_{z(d)}^{(1+2)} &= 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(d)}^{(3)} = 0 \end{aligned}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

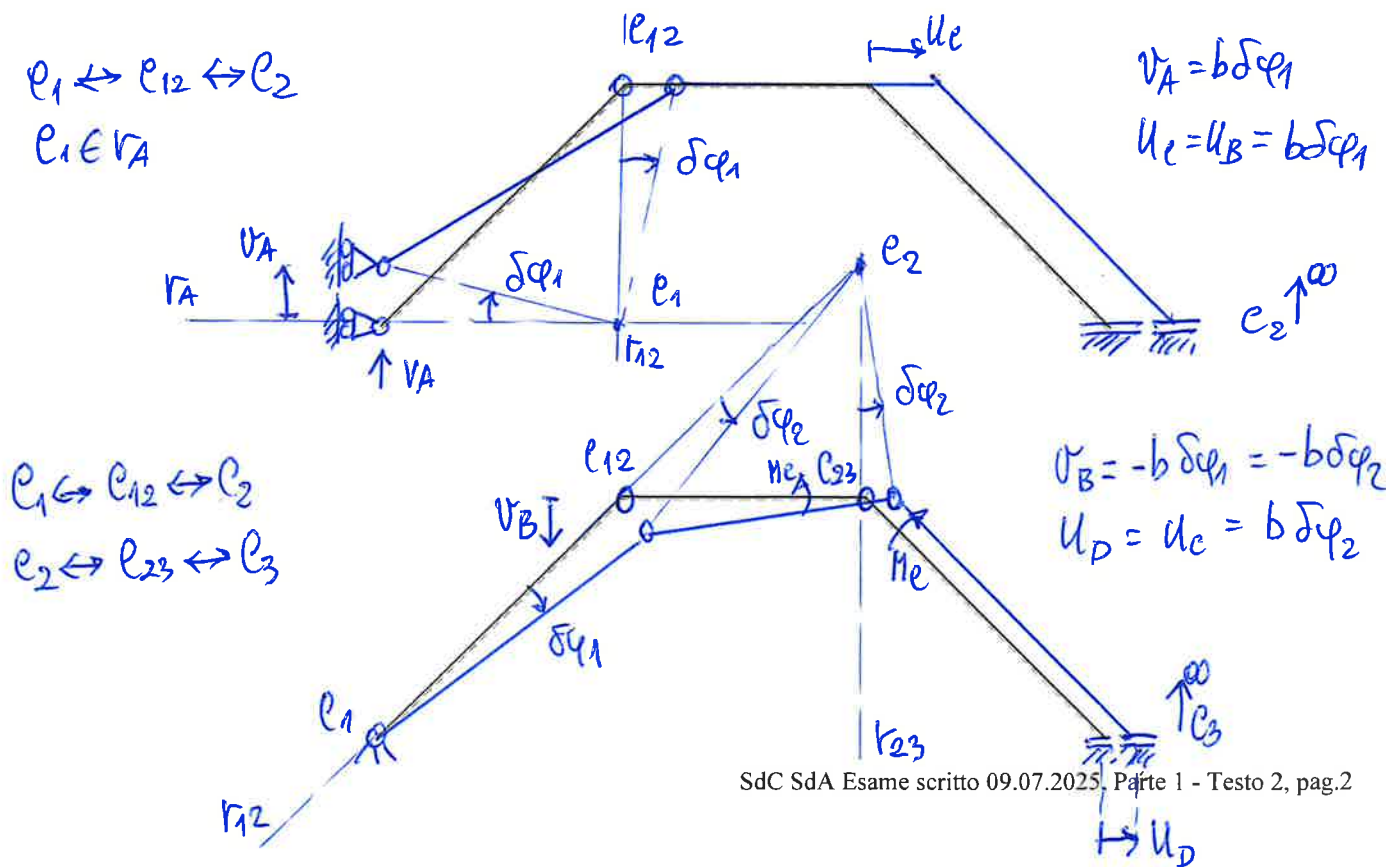
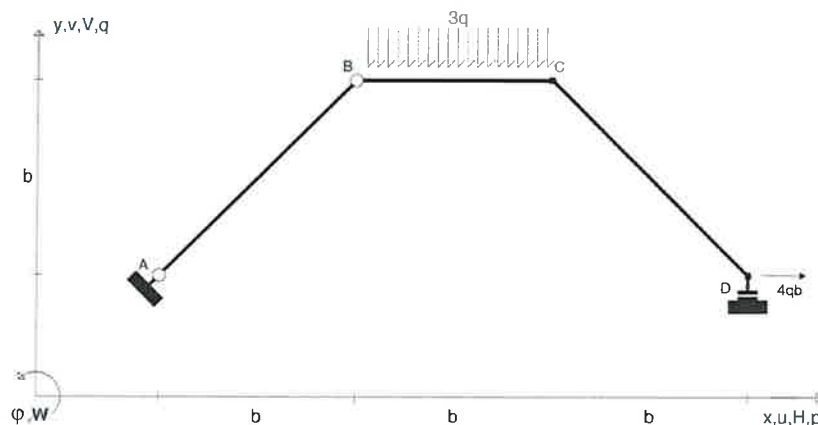
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$V_A(\hat{u}) = -49b; C_1 = \begin{pmatrix} b & 0 \\ 65\varphi_1 & 65\varphi_1 \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 65\varphi_1 & 65\varphi_1 \end{pmatrix}; C_{12} = \begin{pmatrix} b & b \\ 65\varphi_1 & 65\varphi_1 \end{pmatrix};$$

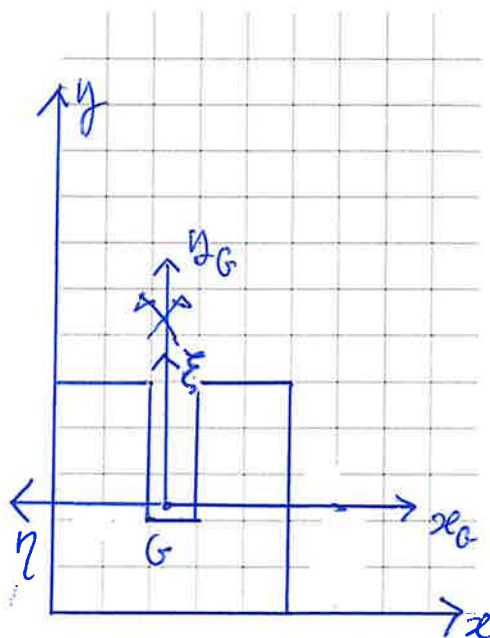
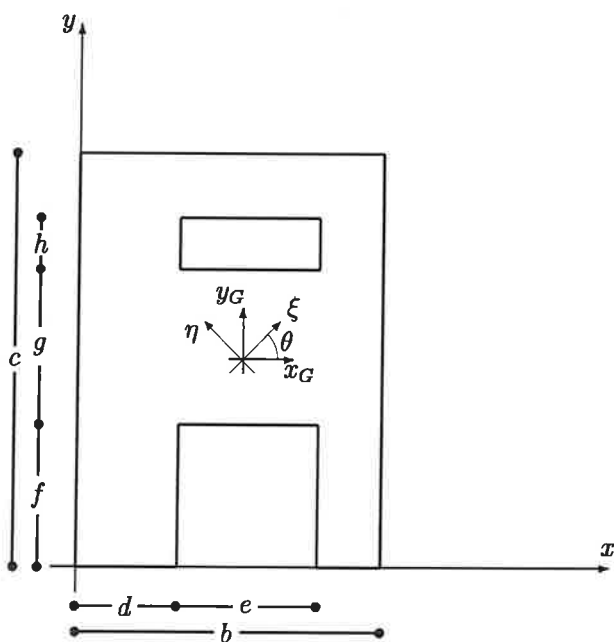
$$v_A = 65\varphi_1; u_C = 65\varphi_1;$$

$$M_C(\hat{u}, \hat{v}) = -11/29b^2; v_B = -65\varphi_1 = -65\varphi_2; u_D = 65\varphi_2;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



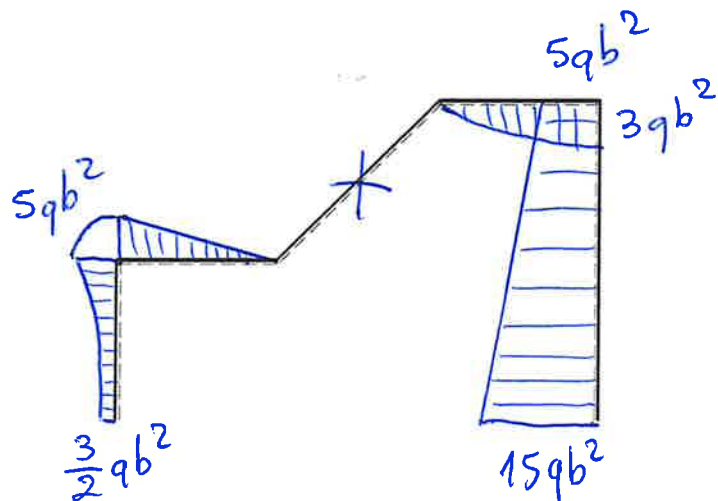
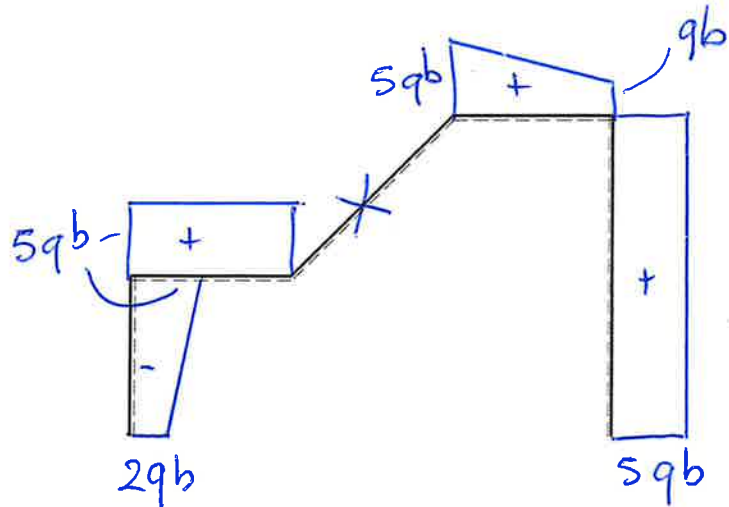
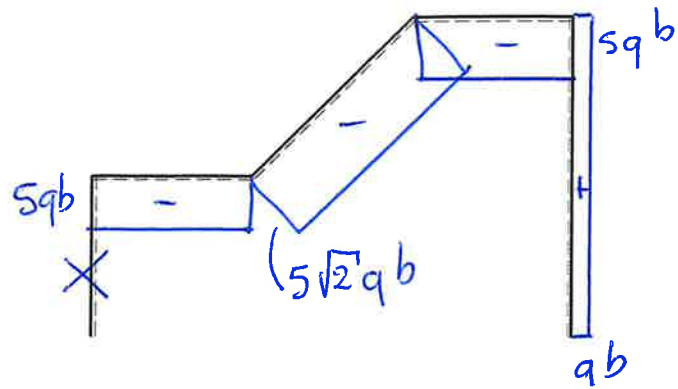
$$S_x = 52a^3; S_y = 55a^3;$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000 a; y_G = 26/11 a = 2.3535 a;$$

$$J_{xG} = 1532/33 a^4 = 46.4242 a^4; J_{yG} = 311/6 a^4 = 51.8333 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = \pi/2);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 311/6 a^4; J_\eta = J_{\min} = 1532/33 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 2qb$	$M_A (\curvearrowright) = \frac{3}{2}qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -5qb$	$V_F (\uparrow) = -qb$	$M_F (\curvearrowright) = 15qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -2qb - 3qx_1$	$M_{AB} = -\frac{3}{2}qb^2 - 2qb x_1 - \frac{3}{2}q x_1^2$		
$N_{BC} = -5qb$	$T_{BC} = 5qb$	$M_{BC} = -5qb^2 + 5qb x_2$		
$N_{CD} = -5\sqrt{2}qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = -5qb$	$T_{DE} = 5qb - 4qx_4$	$M_{DE} = 5qb x_4 - 2q x_4^2$		
$N_{FE} = qb$	$T_{FE} = 5qb$	$M_{FE} = 15qb^2 - 5qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 09.07.2025

Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

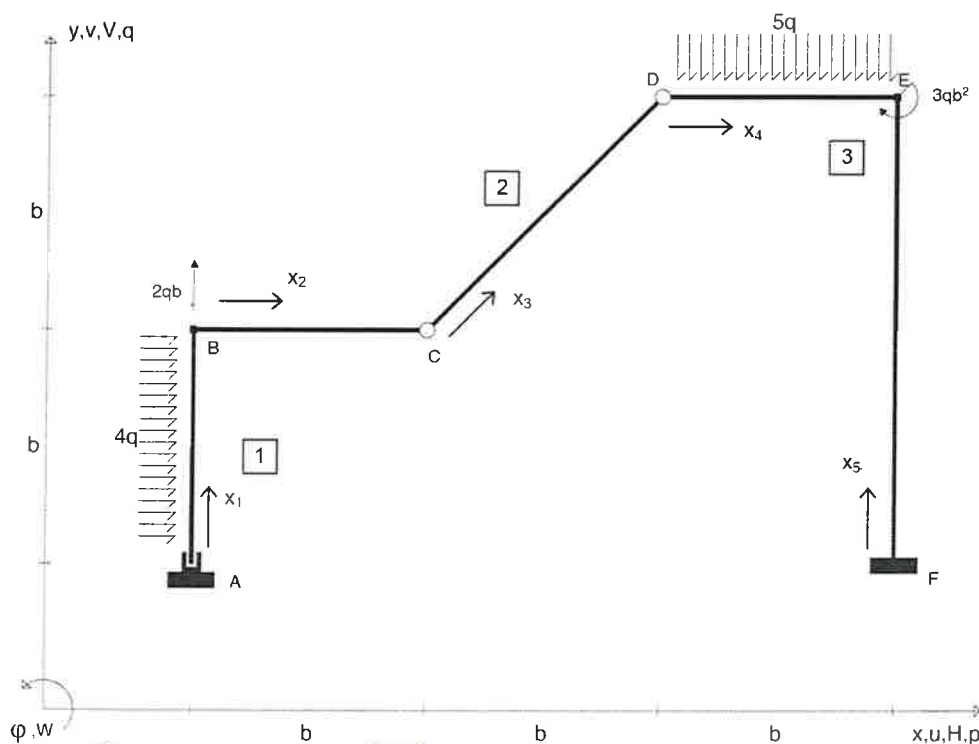
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*003



Eq. ausiliarie

$$\begin{aligned} M_{z(c)}^{(1)} &= 0 \text{ oppure } M_{z(c)}^{(2+3)} = 0 \\ M_{z(d)}^{(1+2)} &= 0 \text{ oppure } M_{z(d)}^{(3)} = 0 \end{aligned}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

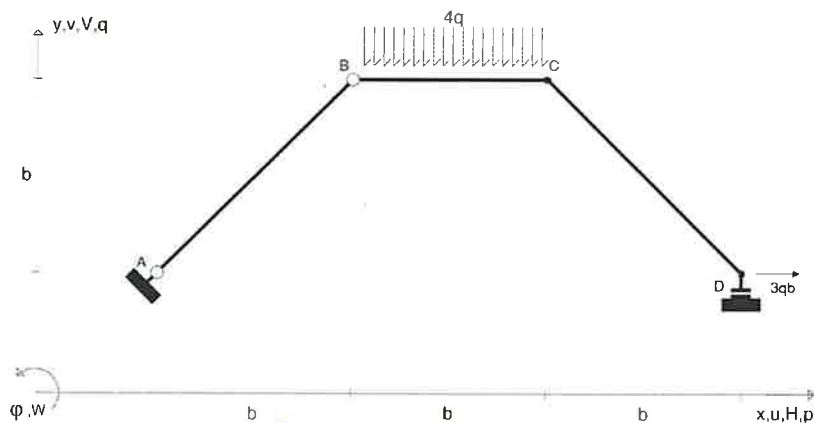
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*007



$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_1 \in r_A$$

$$v_A = b \delta \varphi_1$$

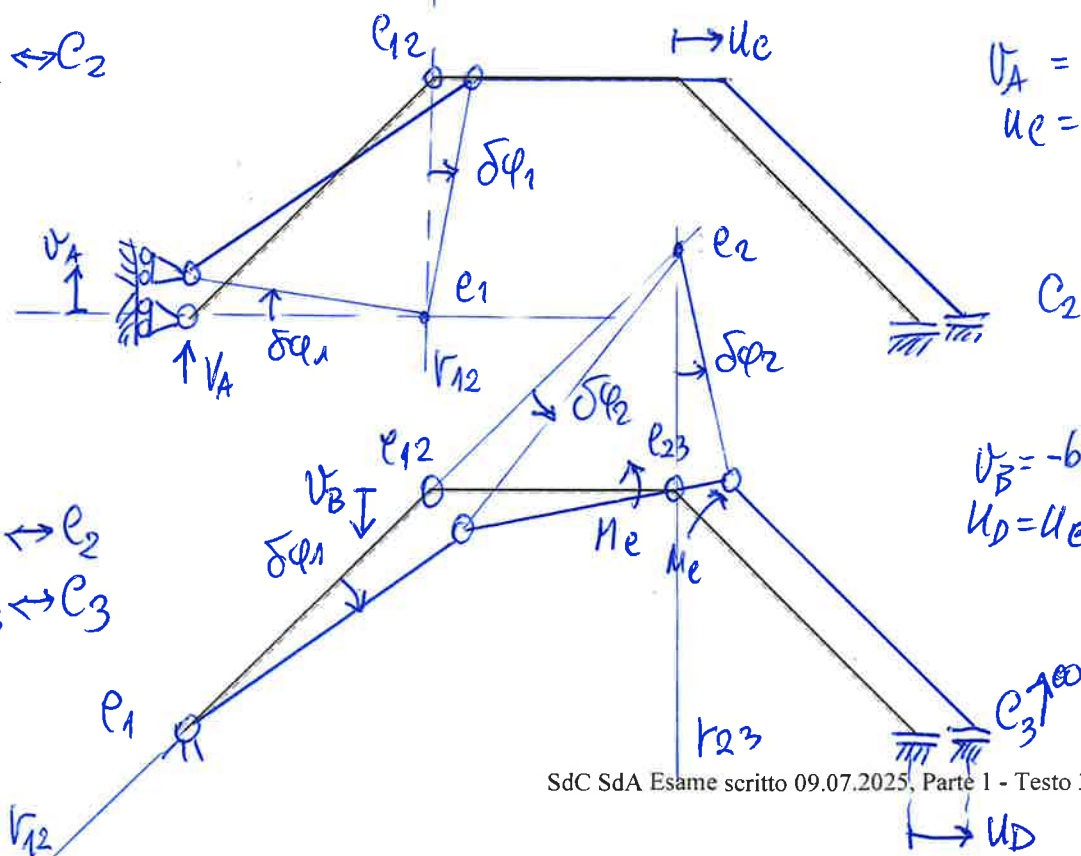
$$u_C = u_B = b \delta \varphi_1$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3$$

$$v_B = -b \delta \varphi_1 = -b \delta \varphi_2$$

$$u_D = u_C = b \delta \varphi_2$$



$$V_A(\hat{u}) = -3qb; C_1 = (b, 0); C_2 = (\infty, \infty); C_{12} = (b, b);$$

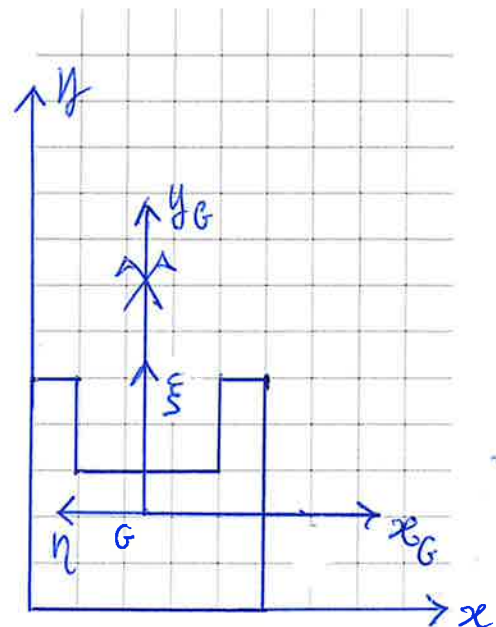
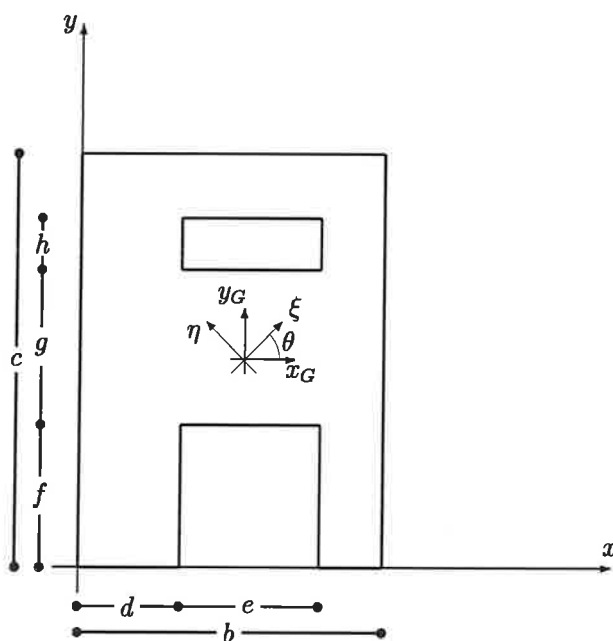
$$v_A = b\delta\varphi_1; u_C = b\delta\varphi_1;$$

$$M_C(\hat{u}, \hat{v}) = -5qb^2; v_B = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2; u_D = b\delta\varphi_2;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 3a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



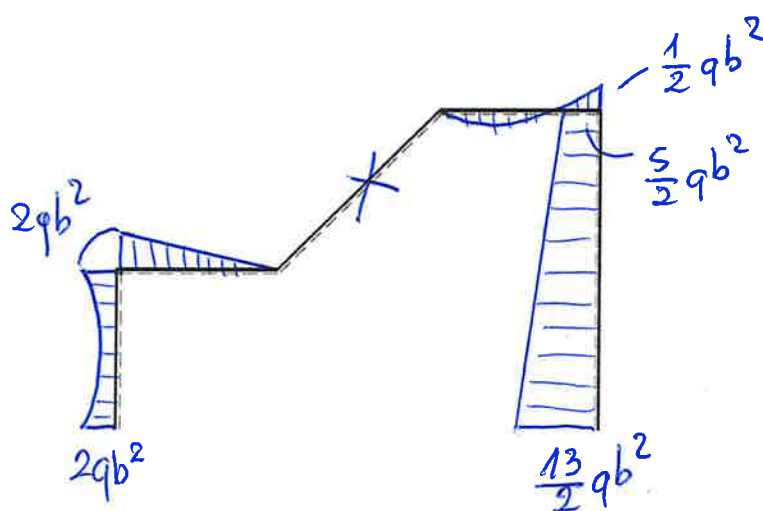
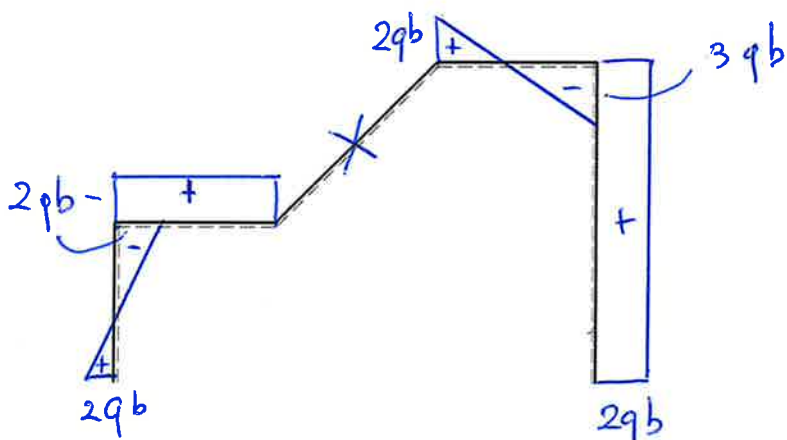
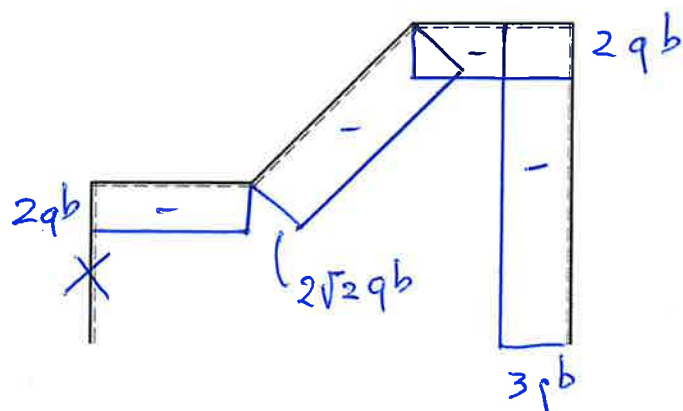
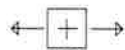
$$S_x = 77/2 a^3 = 38.5000 a^3; S_y = 95/2 a^3 = 47.5000 a^3;$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000 a; y_G = 77/38 a = 2.0263 a;$$

$$J_{xG} = 7369/228 a^4 = 32.3202 a^4; J_{yG} = 571/12 a^4 = 47.5833 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 571/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 7369/228 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = -2qb$	$M_A (\curvearrowright) = 2qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -2qb$	$V_F (\Uparrow) = 3qb$	$M_F (\curvearrowright) = \frac{13}{2}qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 2qb - 4qx_1$	$M_{AB} = -2qb^2 + 2qbx_1 - 2qx_1^2$		
$N_{BC} = -2qb$	$T_{BC} = 2qb$	$M_{BC} = -2qb^2 + 2qbx_2$		
$N_{CD} = -2\sqrt{2}qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = -2qb$	$T_{DE} = 2qb - 5qx_4$	$M_{DE} = 2qbx_4 - \frac{5}{2}qx_4^2$		
$N_{FE} = -3qb$	$T_{FE} = 2qb$	$M_{FE} = \frac{13}{2}qb^2 - 2qbx_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 09.07.2025

Parte 1 - Testo 4

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

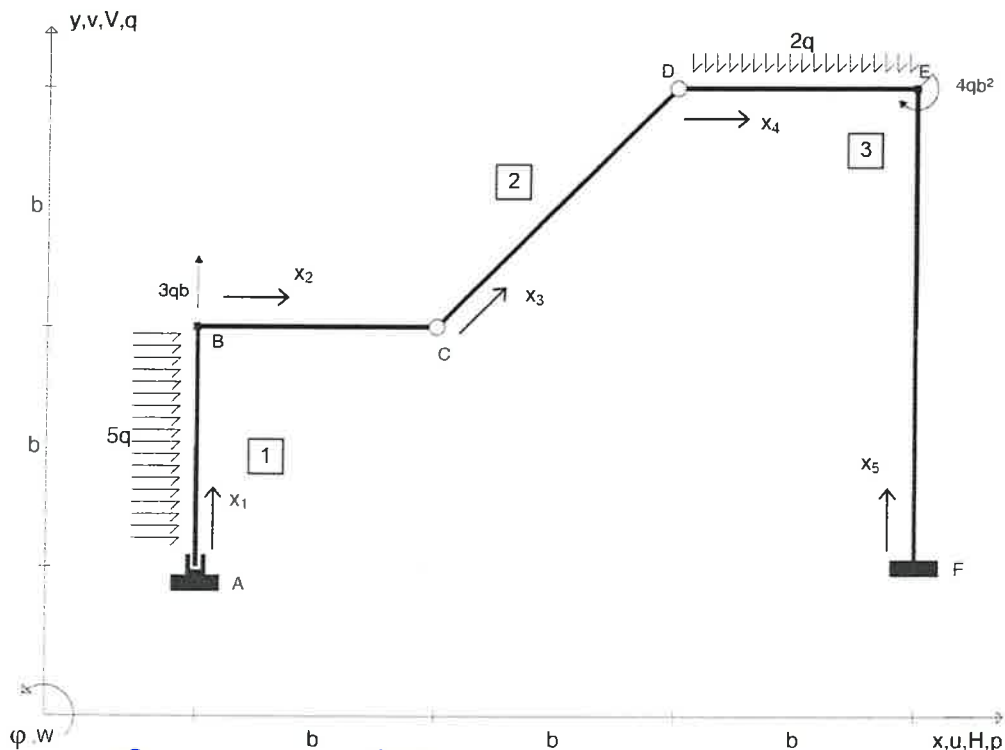
Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*004



ϵ_p equib. liev. $\textcircled{1}$
 $M_{z(e)} = 0$ oppure $M_{z(e)} = 0$ $\textcircled{2+3}$
 $M_{z(D)} = 0$ oppure $M_{z(D)} = 0$ $\textcircled{3}$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

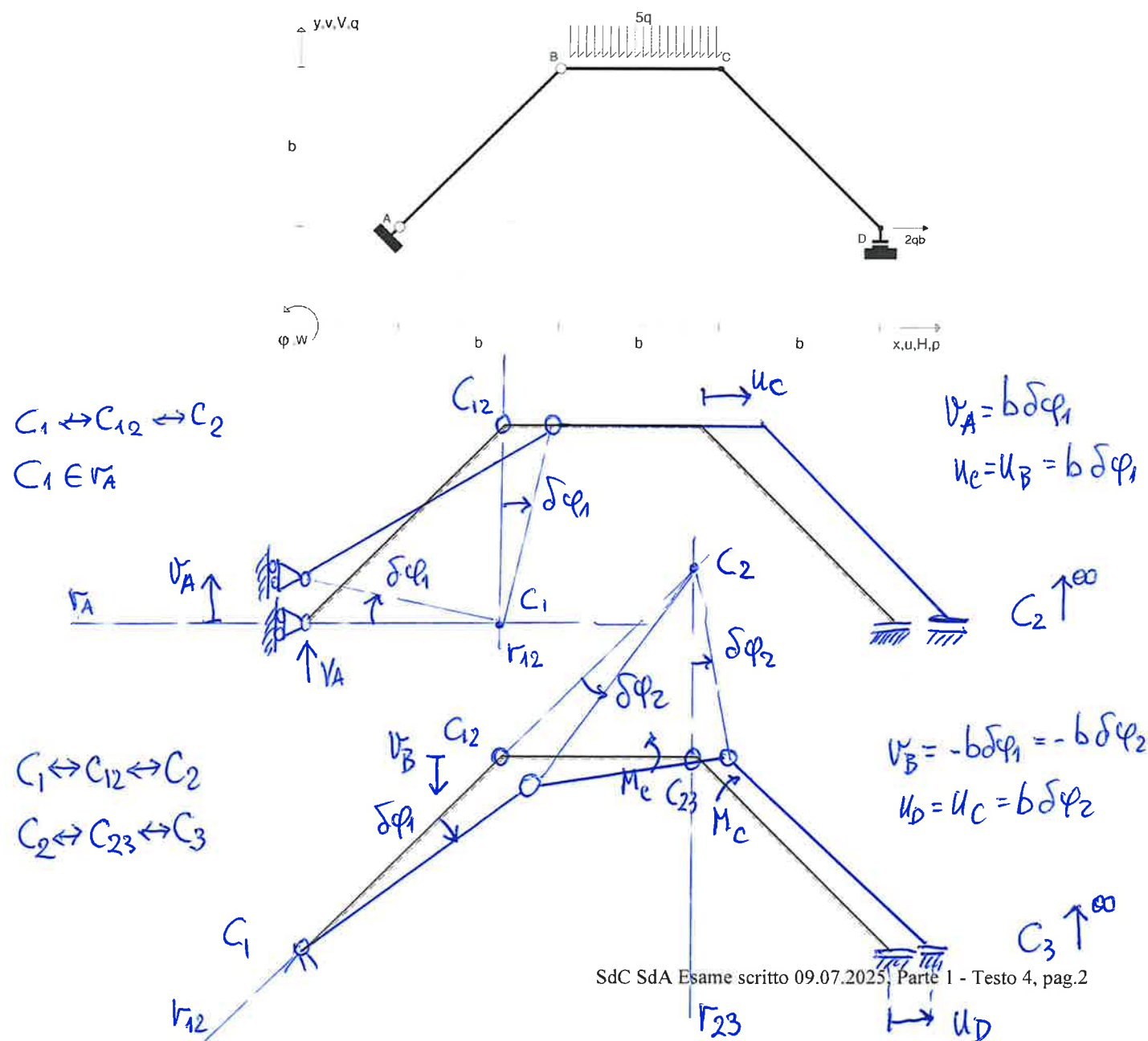
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.07.25*008



$$V_A(\hat{u}) = -2qb; C_1 = (b, 0); C_2 = (\infty, \infty); C_{12} = (b, b);$$

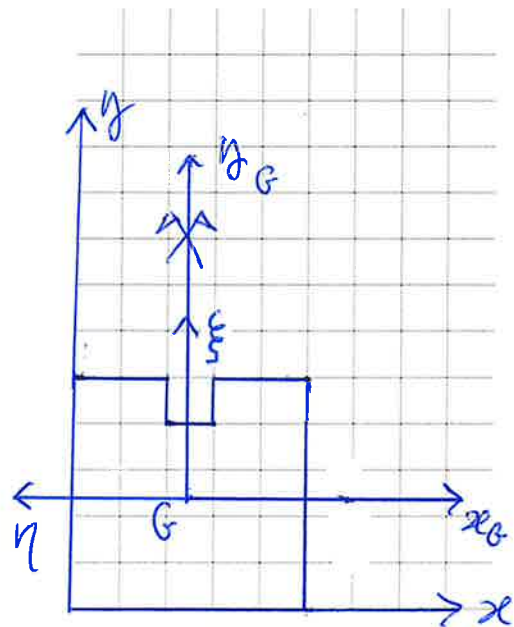
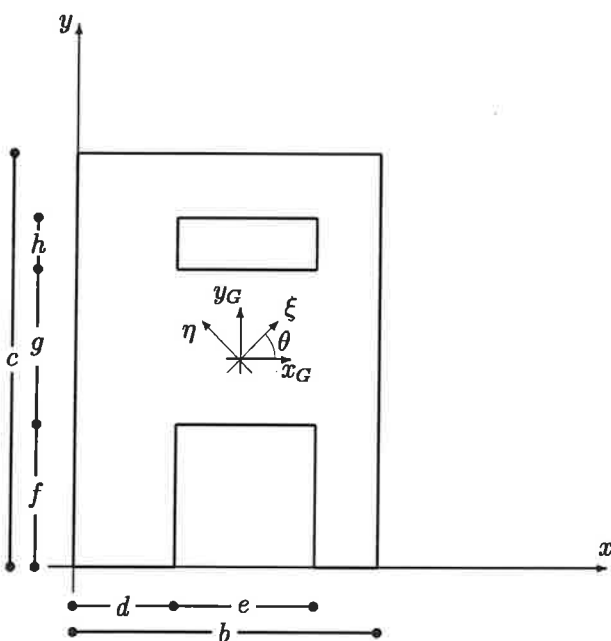
$$v_A = b\delta\varphi_1; u_C = b\delta\varphi_1;$$

$$M_C(\hat{u}, \hat{v}) = -9/2 qb^2; v_B = -b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2; u_D = b\delta\varphi_2;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 0$; $g = 4a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



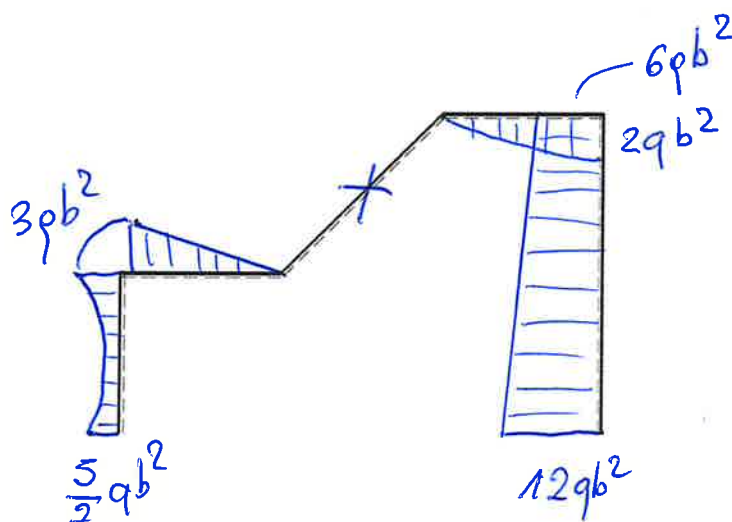
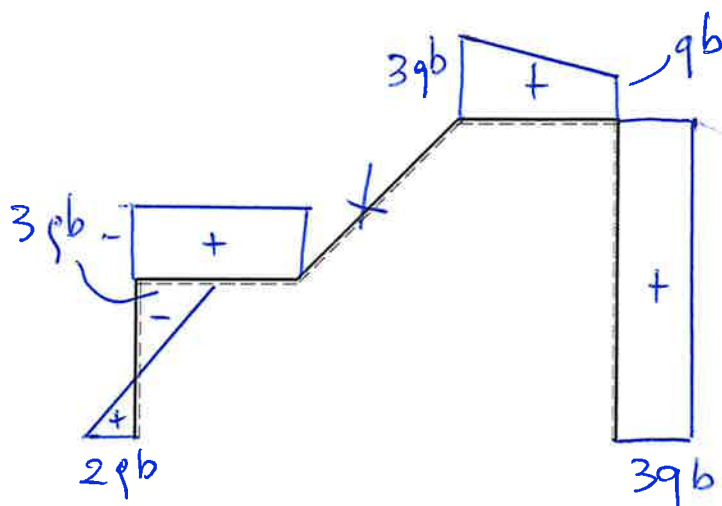
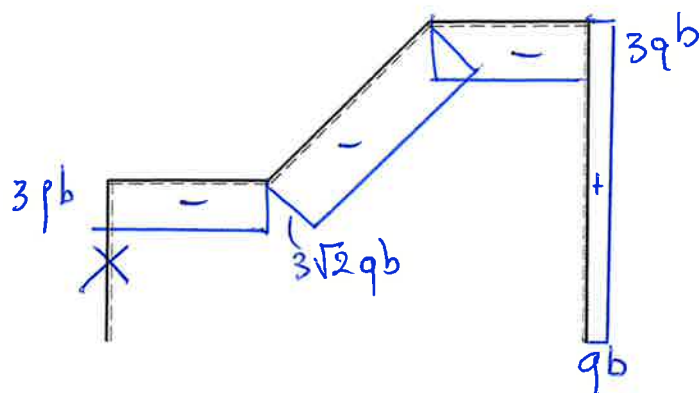
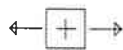
$$S_x = 58a^3; S_y = 60a^3;$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000a; y_G = 29/12 a = 2.4167a;$$

$$J_{xG} = 287/6 a^4 = 47.8333a^4; J_{yG} = 52a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\vartheta = \pi/2);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 52a^4; J_\eta = J_{\min} = 287/6 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = -2qb$	$M_A (\curvearrowright) = \frac{5}{2}qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -3qb$	$V_F (\hat{U}) = -qb$	$M_F (\curvearrowright) = 12qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 2qb - 5qx_1$	$M_{AB} = -\frac{5}{2}qb^2 + 2qb x_1 - \frac{5}{2}q x_1^2$		
$N_{BC} = -3qb$	$T_{BC} = 3qb$	$M_{BC} = -3qb^2 + 3qb x_2$		
$N_{CD} = -3\sqrt{2}qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = -3qb$	$T_{DE} = 3qb - 2qx_4$	$M_{DE} = 3qb x_4 - qx_4^2$		
$N_{FE} = qb$	$T_{FE} = 3qb$	$M_{FE} = 12qb^2 - 3qb x_5$		